MÉTODOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA I

La asignatura Métodos Matemáticos de la Ingeniería I comprende en su temario contenidos muy diversos, que van desde el análisis en varias variables a la ecuaciones diferenciales ordinarias. Es, por ello, una tarea difícil para el profesor seleccionar un libro de texto como referencia central del curso, mucho mM establecer una colección de problemas que abarquen tan amplios objetivos.

Este libro pretende únicamente cubrir las partes de análisis vectorial y de análisis complejo, y un capítulo de complemento de teoría del potencial, que está a medio camino de lo esperado en un curso de análisis vectorial y un curso de ecuaciones diferenciales elípticas, sirviendo por ello de enlace con posteriores asignaturas.

Se pretende que el curso sea autocontenido, para lo cual se han incorporado un escueto repaso del análisis diferencial en varias variables, sin perder de vista el caso de una variable, y un recordatorio de las operaciones aritméticas con números complejos.

La mayoría de los resultados, sobre todo en la parte de variable compleja, se presentan con sus correspondientes demostraciones, algo para lo cual no habrá siempre tiempo en clase.

Al final de este opúsculo se citan varios libros de referencia que han sido indispensables para confeccionar estas notas. En particular los libros de Marsden han sido fundamentales por su claridad y extensión para completar estos temas.

INDICE

I Cálculo en varias variables

1. Análisis diferencial en varias variables
    - 1.1.Introducción
    - 1.2. Derivada.
    - 1.3. Derivadas parciales y direccionales
    - 1.4.Diferencial
    - 1.5. Clases de diferenciabilidad
    - 1.6. Teoremas de inversión
    - 1.7. Cambio de variable
    - 1.8. Cambio de variable en ecuaciones diferenciales.
2. Campos escalares y vectoriales
    - 2.1. Introducción
    - 2.2. Campos.
    - 2.3. Bases adaptadas a coordenadas.
    - 2.4. Operadores diferenciales en cartesianas
        - 2.4.1. Gradiente de un campo escalar.
        - 2.4.2. Divergencia
        - 2.4.3. Laplaciano
        - 2.4.4. Rotacional
        - 2.4.5. Gradiente de un campo vectorial
        - 2.4.6. Identidades entre operadores diferenciales.

2.5. Operadores diferenciales en sistemas ortogonales
2.6. Derivada de un campo vectorial.
3. Integración en el plano y en el espacio
3.1. Integración en la recta real.
3.2. Integrales dobles
3.3. Integrales triples
3.4. Figuras de revolución
3.5. Aplicaciones.
3.5.1. Áreas y volúmenes
3.5.2. Promedios y centros de masa.
3.5.3. Momentos de inercia
4. Integración en curvas y superficies.
4.1. Curvas parametrizadas
4.1.1. Parametrizaciones
4.1.2. Integrales a lo largo de curvas.
4.1.3. Integrales de línea
4.2. Superficies parametrizadas.
4.2.1. Ecuaciones implícitas.
4.2.2. Gráficas y parametrizaciones
4.2.3. Integrales sobre superficies.
4.2.4. Superficies de revolución.
4.2.5. Integrales de flujo
4.3. Teoremas integrales
4.3.1. Introducción
4.3.2. Teoremas de la divergencia.
4.3.3. Teoremas del rotacional
5. Teoría del potencial
5.1. Introducción.
5.2. Campos conservativos e irrotacionales
5.3. Campos solenoidales y adivergentes.
5.4. Campos armónicos
5.5. Soluciones fundamentales.
5.6. Representación de funciones armónicas.
5.7. Potenciales de volumen
5.8. Potenciales de superficie.

5.9. Teoremas de descomposición de campos.
5.10. Leyes de la media y principios del máximo.
II Cálculo en variable compleja
6. Aritmética compleja
6.1. Representaciones de los números complejos.
6.2. Suma de complejos.
6.3. Producto de complejos
6.4. Potencias y raíces de números complejos.
7. Funciones complejas elementales I
7.1. Exponencial. R
7.2. Logaritmo neperiano
7.3. Exponencial en cualquier base.
7.4. Logaritmo en cualquier base.
7.5. Funciones trigonométricas
7.6. Funciones hiperbólicas
7.7. Funciones trigonométricas inversas.
8. Derivabilidad de funciones complejas
8.1. Sucesiones
8.2. Funciones complejas
8.3. Continuidad de funciones complejas.
8.4. Derivabilidad de funciones complejas
8.5. Diferenciabilidad de funciones reales
8.6. Diferenciabilidad y holomorfía.
8.7. Funciones armónicas
8.8. Representación conforme
9. Integración en el campo complejo
9.1. Integración en el campo complejo.
9.2. Independencia del camino.
9.3. Teorema de Cauchy
9.4. Fórmula integral de Cauchy
9.5. Consecuencias de la fórmula de Cauchy
10. Series complejas de potencias
10.1. Series de funciones complejas.
10.2. Series de potencias complejas.
10.3. Analiticidad de funciones holomorfas

10.4. Operaciones con series de potencias.
11.Series de Laurent
11.1. Ceros de funciones holomorfas.
11.2. Series de Laurent
11.3.Residuos
11.4.Cálculo de integrales
11.5. Integrales en la recta real.
11.6. Integrales en la semirrecta real positiva.
11.7.Residuo en el infinito
11.8. Valores principales de integrales.
11.9.Sumación de series
12. Transformaciones complejas
12.1. Transformaciones complejas elementales.
12.2. Transformaciones afines.
12.3. Transformaciones proyectivas
12.4.Potencias y raíces
12.5. Transformaciones trascendentes.
12.6. Transformación de Schwarz-Christoffel
III Ecuaciones diferenciales ordinarias
13.Ecuaciones de primer orden
13.1.Conceptos
13.2.Ecuaciones separables
13.3.Ecuaciones exactas
13.4. Ecuaciones lineales de primer orden.
14.Sistemas de ecuaciones de orden superior
14.1.Conceptos
14.2. Resolución de ecuaciones de orden superior
14.3. Sistemas de ecuaciones lineales
14.4. Sistemas lineales con coeficientes constantes.
14.5. Ecuaciones lineales de orden superior.
14.6. Ecuaciones con coeficientes constantes.
15. Transformada de Laplace
15.1. Transformadas integrales.
15.2. Propiedades de la transformada.
15.3. Convolución de funciones.

15.4.Distribuciones
15.5. Resolución de ecuaciones diferenciales.
15.6. Aplicaciones de sistemas de ecuaciones lineales.
15.7. Tabla de transformadas de Laplace
16.Sistema autónomos
16.1. Introducción.
16.2. Ecuaciones autónomas de primer orden.
16.3. Sistemas autónomos lineales homogéneos.
16.4. Sistemas autónomos cuasilineales
16.5.Sistemas conservativos.
16.6. Ecuaciones conservativas de segundo orden.
17.Problemas variacionales
17.1. Introducción.
17.2. Ecuaciones de Euler-Lagrange
17.3. Ecuaciones de Euler-Lagrange generalizadas.
17.3.1. Funcionales que dependen de derivadas de orden supe]
17.3.2. Funcionales que dependen de varias funciones. ...
17.3.3. Funcionales que dependen de varias variables. ...
17.4.Sistemas con ligaduras.
17.5. Resolución paramétrica de ecuaciones
18.Problemas de contorno
18.1. Problemas de Sturm-Liouville
18.2. Problemas no homogéneos. 18.3.Series de Fourier Bibliografía